SAD, Informatyka – studia stacjonarne, egzamin 08.02.2018

**Imię i nazwisko:** .................................. **Nr indeksu:** ................. **Nr grupy**: .............

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | **2** | **3** | **3** | **5** | **6** | **Suma** |
|  |  |  |  |  |  |  |

**Na egzaminie należy mieć:**

* Identyfikator
* Tablice statystyczne
* Kalkulator (wykluczone urządzenia elektroniczne – smartfon, komórka,… etc)
* Można mieć własne wzory (nie zadania) – 2 strony A4.

**Tematy:**

1. Statystyka opisowa – obliczanie parametrów próbkowych (średnia, wariancja, standardowe odchylenie, kwartyle) na podstawie surowych, lub zgrupowanych, częściowo przekształconych, wykonanie wykresu ramkowego, jego interpretacja (symetria, skośność, rozrzut,.. )
2. Prawdopodobieństwo zdarzenia, własności, zdarzenia niezależne, wzór Bayesa. Zmienna losowa i jej charakterystyki liczbowe, zmienne losowe dwuwymiarowe dyskretne. Dystrybuanta zmiennej losowej. Podstawowe rozkłady zmiennych losowych: dwupunktowy, dwumianowy, Poissona, normalny, wykładniczy, jednostajny.
3. Przedziały ufności.
4. Testy parametryczne dla 1 populacji normalnej (lub dowolnej ale na podstawie licznej próbki) lub o rozkładzie cechy zero-jedynkowym (test nt proporcji – tzw wskaźnika struktury).
5. Testy parametryczne dla 2 populacji.
6. Test niezależności lub zgodności chi-kwadrat lub prosta regresja liniowa.

**Przykładowe zadania.**

**Zad. 1**. W pewnej dużej grupie kierowców 5% kierowców zgłasza co najmniej jedną szkodę w ciągu trzech lat. Oblicz przybliżone prawdopodobieństwo, że wśród 160 –ciu losowo wybranych kierowców z tej grupy co najmniej 10 kierowców zgłosi szkodę w ciągu trzech lat. ( Wsk. Zastosuj odpowiednią wersję Centralnego Twierdzenia Granicznego: tw. Moivre’a - Laplace’a).

**Zad. 2**. Dobowe zużycie energii jest zmienną losową X o wartości oczekiwanej 10 i wariancji 4. Oblicz przybliżone prawdopodobieństwo, że średnie dobowe zużycie z 36-ciu dni będzie się różniło od 10 o więcej niż 1.

**Zad.3.** Liczba zdanych egzaminów z informatyki po pierwszym roku przez losowo wybranego studenta Akademii SUKCES jest zmienną losową X mającą funkcję prawdopodobieństwa określoną tabelą:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 0 | 1 | 2 | 3 |
|  | 0,3 | 0,2 | C | 0,2 |

(a) Wyznacz stałą C oraz oblicz wartość oczekiwaną EX liczby zdanych egzaminów.

(b) Oblicz wartość dystrybuanty F(x) zmiennej losowej X w punktach x = 1,2 oraz x = 2,9, tzn. oraz .

(c) Prawdopodobieństwo warunkowe, że student zda co najmniej 2 egzaminy, jeśli wiadomo, że zdał co najmniej 1 egzamin: .

**Zad. 4**. Zanotowano czasy obsługi 25-ciu klientów biura podróży RAJ. Obliczono dla nich średni próbkowy czas obsługi (minut) oraz standardowe odchylenie próbkowe (minut). (a) Wyznacz przybliżony 95% przedział ufności dla wartości oczekiwanej czasu obsługi klienta. Można założyć, że czas obsługi klienta jest zmienną losową o rozkładzie normalnym. (b) Wyjaśnij sens znalezionego przedziału (c) Jak zmieni się przedział, jeśli zwiększymy poziom ufności.

**Zad. 5.** Dwuwymiarowa zmienna losowa (X,Y) charakteryzuje losowo wybranego absolwenta uczelni technicznej. Zmienna losowa X oznacza ocenę z pracy dyplomowej, a Y oznacza ocenę z egzaminu dyplomowego. Funkcję prawdopodobieństwa łącznego zmiennej (X,Y) określa tabela:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x  y | 3 | 4 | 5 |
| 3 | 0,1 | 0,1 | 0,05 |
| 4 | 0,2 | C | 0,1 |
| 5 | 0,05 | 0,1 | 0,2 |

1. Wyznacz stałą C oraz oblicz prawdopodobieństwo warunkowe, że losowo wybrany absolwent ma ocenę z egzaminu Y większą niż 4, jeśli wiadomo, że ocena z pracy dyplomowej X była większa niż 3:
2. Oblicz wartość oczekiwaną EX oceny z pracy dyplomowej losowo wybranego absolwenta.
3. Czy zmienne losowe X i Y są niezależne? Odpowiedź uzasadnij.

**Zad. 6**. Prawdopodobieństwo wygrania w grze losowej wynosi 0,2.

1. Oblicz przybliżone prawdopodobieństwo, że spośród 36-ciu niezależnie grających osób grę wygrają więcej niż 4 osoby: . ( Wsk. Zastosuj odpowiednią wersję centralnego twierdzenia granicznego: tw. Moivre’a - Laplace’a).
2. Jaś zagrał 3 razy. Oblicz prawdopodobieństwo, że wygra cokolwiek.
3. Oblicz prawdopodobieństwo, że wygra 2 razy.

**Zad. 7.** Zanotowano czasy obsługi przy okienku kasowym 16-tu klientów. Obliczono dla nich średni próbkowy czas obsługi (minut) oraz standardowe odchylenie próbkowe (minut). Wyznacz przybliżony 95% przedział ufności dla wartości oczekiwanej czasu obsługi klienta. Można założyć, że czas obsługi klienta jest zmienna losowa o rozkładzie normalnym. Wyjaśnij sens znalezionego przedziału.

**Zad. 8**. Zanotowano płace za godzinę w branży budowlanej wybranych przedsiębiorstw (w zł.):

11, 15, 13, 22, 12, 11, 12, 11, 13, 13, 31, 19, 15.

a) Oblicz średnią, medianę, dolny i górny kwartyl zaobserwowanych płac godzinowych.

b) Narysuj wykres ramkowy. Znajdź obserwacje odstające.

c) Zinterpretuj otrzymane wyniki.

**Zad. 9.** W grupie 10-ciu studentów 5-ciu nie zaliczyło 2 kolokwiów w ciągu roku, trzech nie zaliczyło 4, a dwóch nie zaliczyło 5 kolokwiów.

a) Oblicz średnią, medianę, dolny i górny kwartyl liczby niezaliczonych kolokwiów.

b) Narysuj wykres ramkowy. Znajdź obserwacje odstające.

c) Zinterpretuj otrzymane wyniki.

**Zad. 10**. Porównano czasy wykonania dwu różnych programów optymalizacyjnych w pewnym procesie produkcyjnym: A i B, powiedzmy. Program A zastosowano 5 razy, a program B 6 razy. Czasy wykonania w minutach podane są w tabeli:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Program A | 10 | 15 | 10 | 15 | 10 |  |
| Program B | 8 | 10 | 9 | 12 | 11 | 16 |

Czy można twierdzić, że wartość oczekiwana czasu wykonania programu A jest większa niż wartość oczekiwana czasu wykonania programu B? Można założyć, że czasy wykonania obu programów są zmiennymi losowymi niezależnymi o rozkładach normalnych: , , odpowiednio. Przyjmij poziom istotności 0,05.

**Zad. 11**. Policja drogowa przypuszcza, że na odcinku A drogi szybkiego ruchu kierowcy jadą wolniej niż na odcinku B. Na odcinku A zmierzono średnie prędkości i wariancje stu losowo wybranych samochodów. Otrzymano = 111 (km/h) oraz s12 = 100 (km2/h). Na odcinku B też zmierzono niezależnie średnie prędkości i wariancje dla stu losowo wybranych samochodów. Otrzymano = 115 (km/h) oraz s22 = 121 (km2/h). Czy uzyskane obserwacje potwierdzają przypuszczenie, jeśli przyjmiemy poziom istotności α = 0,01?

**Zad. 12**. Policja drogowa przypuszcza, że na odcinku A drogi szybkiego ruchu odsetek kierowców przekraczających prędkość jest większy niż na odcinku B. Na odcinku A wśród 100 kierowców prędkość przekroczyło 35 -ciu kierowców. Natomiast na odcinku drogi B na 100 kierowców prędkość przekroczyło 25 - ciu kierowców. Badania na obu odcinkach przeprowadzono niezależnie. Czy uzyskane obserwacje potwierdzają przypuszczenie, jeśli przyjmiemy poziom istotności α = 0,01?